ΦΥΣΙΚΗ ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ - ΠΑΝΕΛΛΗΝΙΕΣ 2016

ΛΥΣΕΙΣ ΘΕΜΑΤΩΝ

ΕΠΙΜΕΛΕΙΑ : Φ. ΧΑΛΑΝΤΖΟΥΚΑ – ΦΥΣΙΚΟΣ M.Sc.

ΘΕΜΑ Α

Α1. β

Α2. γ

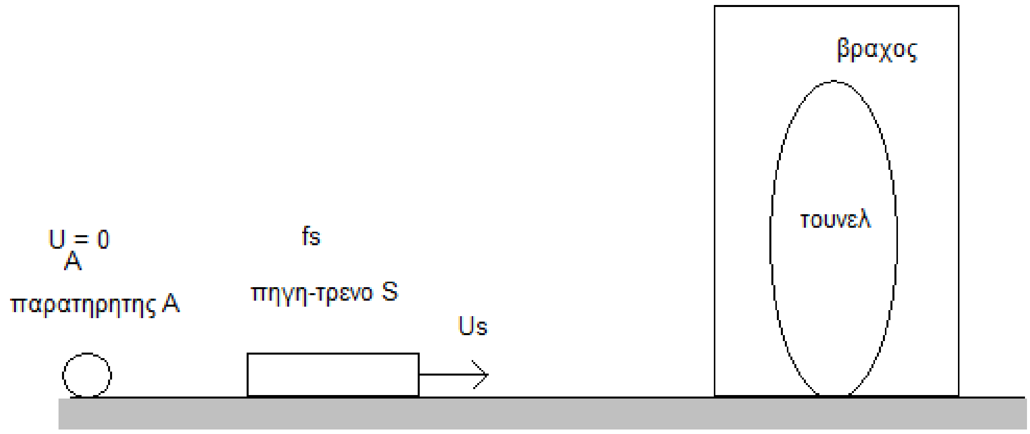
Α3. β

Α4. δ

Α5. α. Σ β. Λ γ. Σ δ. Λ ε. Λ

ΘΕΜΑ Β

Β1. Θα χρησιμοποιήσουμε τη θεωρία του φαινομένου Doppler



Το τρένο είναι η κινούμενη πηγή S που εκπέμπει ήχο συχνότητας fs.

Ο παρατηρητής Α είναι ακίνητος πίσω από το τρένο.

Στον παρατηρητή Α φτάνουν δύο ήχοι. Ένας απευθείας από την πηγή -τρένο που απομακρύνεται και ένας λόγω ανάκλασης στον ακίνητο βράχο που βρίσκεται το τούνελ.

- Λόγω του τρένου που απομακρύνεται ο Α ακούει $f_1 = \frac{u_{\eta\chi}}{u_{\eta\chi} + u_s} f_s$
- Θεωρούμε το βράχο ως ακίνητο παρατηρητή Β που τον πλησιάζει η πηγή-τρένο. Άρα στο βράχο φτάνει συχνότητα $f_B = \frac{u_{\eta\chi}}{u_{\eta\chi} - u_s} f_s$.Ο ήχος αυτός ανακλάται στο βράχο. Θεωρούμε πλέον το βράχο ως τη νέα ακίνητη πηγή που εκπέμπει ήχο συχνότητας f_B.
- Η νέα πηγή- βράχος ακίνητη, ο παρατηρητής Α επίσης ακίνητος άρα ο ήχος που φτάνει στον Α από ανάκλαση έχει την ίδια συχνότητα με αυτή που εκπέμπεται.

$$f_2 = f_B = \frac{u_{\eta\chi}}{u_{\eta\chi} - u_s} f_s$$

Άρα: $\frac{f_1}{f_2} = \frac{\frac{u_{\eta\chi}}{u_{\eta\chi} + u_s} f_s}{\frac{u_{\eta\chi}}{u_{\eta\chi} - u_s} f_s}$, όμως $u_s = u_{\eta\chi}/10$. Με αντικατάσταση προκύπτει:

$$\frac{f_1}{f_2} = \frac{\frac{u_{\eta\chi}}{u_{\eta\chi} + \frac{u_{hx}}{10}} f_s}{\frac{u_{\eta\chi}}{u_{\eta\chi} - \frac{u_{hx}}{10}} f_s} = \frac{\frac{u_{hx}}{\frac{11}{10} u_{hx}}}{\frac{u_{hx}}{\frac{9}{10} u_{hx}}} = \frac{\frac{10}{11}}{\frac{10}{9}} = \frac{9}{11}$$

Σωστή είναι η πρόταση (iii)

B2. Η μέγιστη ταχύτητα ταλάντωσης του κάθε μορίου του ελαστικού μέσου προκύπτει από τη σχέση $u_{\max} = \omega |A'|$, όπου Α΄ το πλάτος του κάθε μορίου το οποίο εξαρτάται από τη θέση του από το 0.

Άρα:
$$u_{\max} = \omega |A'| = \omega \left| 2\mathrm{A}\sigma\upsilon\nu \frac{2\pi\chi_{\mathrm{M}}}{\lambda} \right| = \omega 2\mathrm{A} \left| \sigma\upsilon\nu \frac{2\pi \frac{9\lambda}{8}}{\lambda} \right| = \omega 2\mathrm{A} \left| \sigma\upsilon\nu \frac{9\pi}{4} \right| = \omega 2\mathrm{A} \frac{\sqrt{2}}{2} =$$

$$\omega \mathrm{A}\sqrt{2} = \frac{2\pi}{\mathrm{T}} \mathrm{A}\sqrt{2} = \frac{2\sqrt{2}\pi\mathrm{A}}{\mathrm{T}}$$

Σωστή η πρόταση (i)

B3. Από την εξίσωση του Bernoulli ανάμεσα στα σημεία Α και Β του οριζόντιου σωλήνα προκύπτει ότι:

$$p_A + \frac{1}{2}\rho u_A^2 = p_B + \frac{1}{2}\rho u_B^2 \Rightarrow p_A - p_B = \frac{1}{2}\rho\left(u_B - u_A^2\right) \quad (1)$$

Από την εξίσωση της συνέχειας ανάμεσα στα σημεία Α και Β προκύπτει ότι:

$A_A u_A = A_B u_B \Rightarrow 2u_A = u_B$ (2)

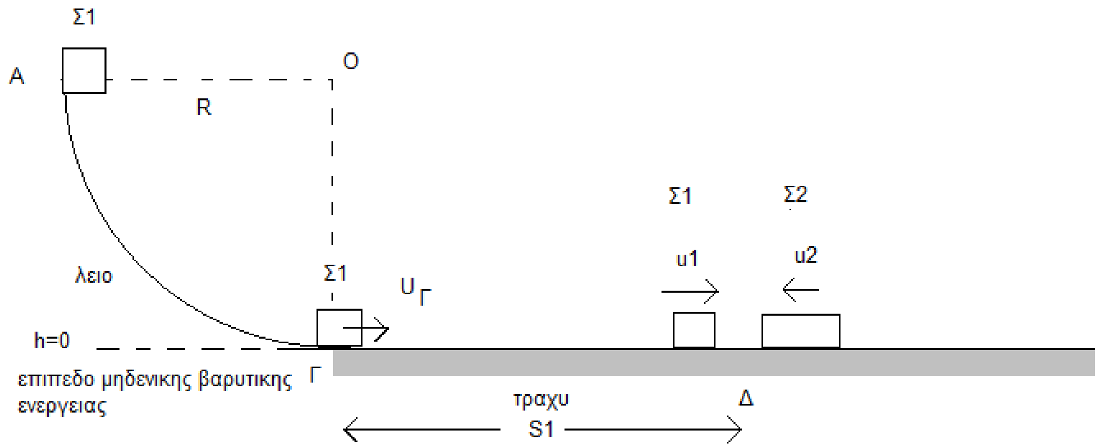
(Εφόσον η διατομή A_A του σωλήνα στη θέση Α είναι διπλάσια από τη διατομή του σωλήνα A_B στη θέση Β.)

Η σχέση (1) λόγω της (2) γίνεται:

$$p_A - p_B = \frac{1}{2}\rho\left(4u_A^2 - u_A^2\right) = \frac{1}{2}\rho 3u_A^2 = 3\Lambda$$

Σωστή η πρόταση (ii)

ΘΕΜΑ Γ



Γ1. Ζητείται η ταχύτητα του Σ_1 στη θέση Γ. Το σώμα αφήνεται από τη θέση Α άρα η αρχική του ταχύτητα είναι μηδέν.

Εφαρμόζουμε Θ.Μ.Κ.Ε για το σώμα από τη θέση Α στη Γ. (ισχύει και η Διατήρηση της μηχανικής Ενέργειας εφόσον το επίπεδο είναι λείο και το σώμα κινείται με την επίδραση μόνο του βάρους του.)

$$K_{\text{ΤΕΛ}(\Gamma)} - K_{\text{ΑΡΧ}(A)} = \Sigma W$$

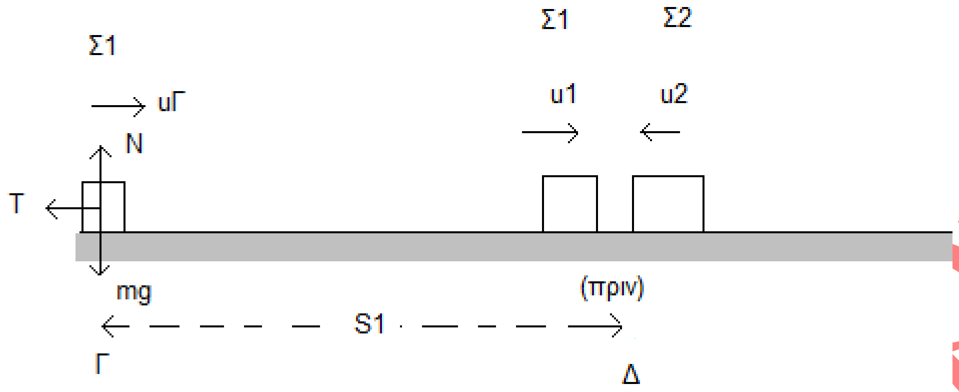
$\frac{1}{2}m_1 u_\Gamma^2 - \frac{1}{2}m_1 u_A^2 = W_B + W_N$, η δύναμη Ν από το λείο τεταρτοκύκλιο έχει μηδενικό έργο γιατί είναι συνεχώς κάθετη στην κίνηση. Άρα:

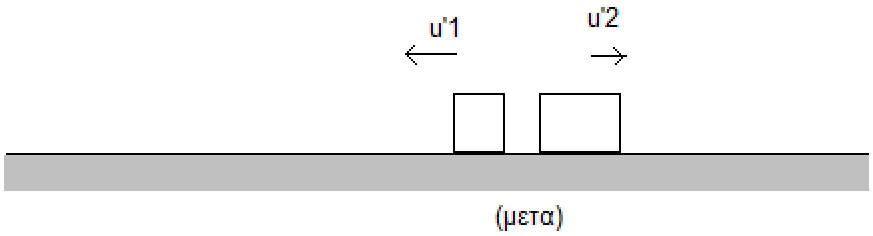
$$\frac{1}{2}m_1 u_\Gamma^2 - 0 = W_B + 0 \Rightarrow$$

$$\frac{1}{2}m_1 u_\Gamma^2 = U_{\text{ΒΑΡ}(A)} - U_{\text{ΒΑΡ}(\Gamma)} \Rightarrow \frac{1}{2}m_1 u_\Gamma^2 = m_1 gh - 0 \Rightarrow$$

$$u_\Gamma = \sqrt{2gh} = \sqrt{2 \cdot 10 \cdot 0,5} \Rightarrow u_\Gamma = 10 m/s$$

Γ2. Από τη θέση Γ έως τη θέση Δ, όπου θα συναντήσει το Σ_2, το Σ_1 κινείται οριζόντια για απόσταση S_1= 3,6 m με την επίδραση τριβής. Θα υπολογίσουμε την ταχύτητα του Σ_1 ακριβώς πριν την κρούση:





Στο Σ_1 στη διεύθυνση της κίνησης ασκείται η τριβή της οποίας το μέτρο προκύπτει από τη σχέση:

$T = \mu N = \mu m_1 g$.

Θα εφαρμόζουμε Θ.Μ.Κ.Ε για το Σ_1 από το Γ στο Δ (πριν την κρούση).

$$K_{ΤΕΛ(\Delta)} - K_{ΑΡΧ(\Gamma)} = \Sigma W$$

$$\frac{1}{2}m_1 u_1{}^2 - \frac{1}{2}m_1 u_\Gamma^2 = W_T = -\mu m_1 g S_1 \Rightarrow$$

$$\frac{1}{2}u_1^2 - \frac{1}{2}10^2 = -0{,}5 \cdot 10 \cdot 3{,}6 \Rightarrow \qquad \text{(SI)}$$

$$u_1 = 8 m/s$$

Τα σώματα συγκρούονται κεντρικά και ελαστικά με το Σ_2 να έχει ταχύτητα u_2= - 4m/s.

Εφαρμόζοντας τους τύπους της κεντρικής και ελαστικής κρούσης για τα δύο σώματα και χρησιμοποιώντας το δεδομένο ότι m_2= 3 m_1 προκύπτουν οι ταχύτητες των σωμάτων ακριβώς μετά την κρούση.

$$u_1' = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}u_1 + \frac{2m_2}{m_1 + m_2}u_2 = \frac{m_1 - 3m_1}{m_1 + 3m_1} \cdot 8 + \frac{2 \cdot 3m_1}{m_1 + m_2} \cdot (-4) =$$

$$\frac{-2}{4} \cdot 8 + \frac{6}{4} \cdot (-4) \Rightarrow u_1' = -10 m/s$$

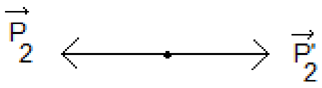
Για το σώμα Σ_2 ισχύει:

$$u_2' = \frac{2m_1}{m_1+m_2}u_1 + \frac{m_2-m_1}{m_1+m_2}u_2 = \frac{2m_1}{m_1+3m_1}\cdot 8 + \frac{3m_1-m_1}{m_1+m_2}\cdot(-4) =$$

$$\frac{2}{4}\cdot 8 + \frac{2}{4}\cdot(-4) \Rightarrow u_2' = 2m/s$$

Άρα μετά την κρούση το Σ_1 γυρίζει πίσω ενώ το Σ_2 κινείται προς τα δεξιά- μπροστά.

Γ3. Για τον υπολογισμό της μεταβολής της ορμής του Σ_2 πριν και μετά την κρούση:



$\Delta\vec{p}_2 = \vec{p}'_2 - \vec{p}_2$, θεωρώντας θετική τη φορά προς τα δεξιά βγάζουμε τα διανύσματα:

$$\Delta p_2 = p_2' - (-p_2) = m_2u_2' + m_2u_2 = 3\cdot 2 + 3\cdot 4 = 18kg\cdot\frac{m}{s}$$

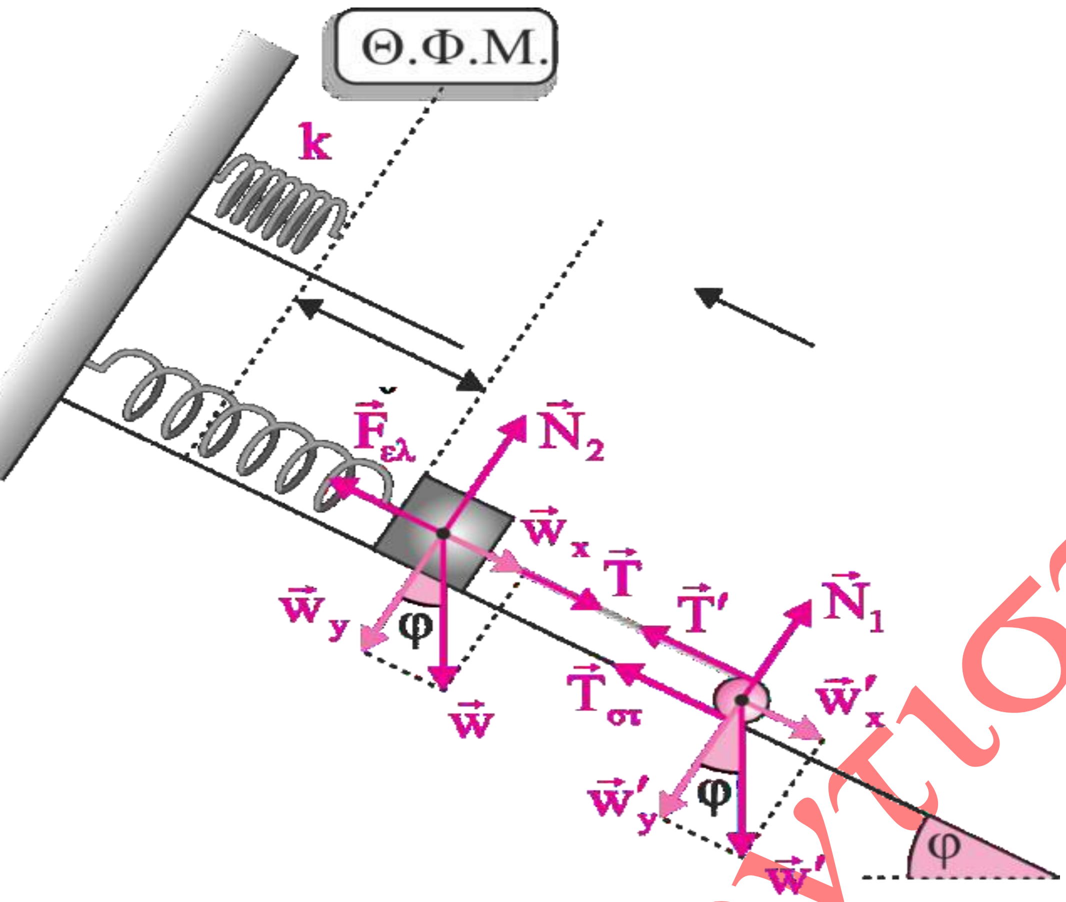
Η μεταβολή της ορμής του Σ_2 είναι θετική άρα έχει κατεύθυνση προς τα δεξιά.

Γ4. Η επί τοις εκατό μεταβολή της κινητικής ενέργειας του Σ_1 στη διάρκεια της κρούσης δίνεται από τη σχέση:

$$\frac{\Delta K_1}{K_1}\cdot 100\% = \frac{K_1' - K_1}{K_1}\cdot 100\% =$$

$$\frac{\frac{1}{2}m_1u_1'^2 - \frac{1}{2}m_1u_1^2}{\frac{1}{2}m_1u_1^2}\cdot 100\% = \frac{100-64}{100}\cdot 100\% = 56{,}25\%$$

ΘΕΜΑ Δ



Δ1. Από την ισορροπία του σώματος μάζας m έχουμε:

$$\Sigma F_X = 0 \Rightarrow w_x + T = F_{ελ} \Rightarrow mg\eta\mu\phi + T = \mathrm{K} \cdot \Delta l_1 \ (1)$$

Από την ισορροπία του σώματος M έχουμε:

Μεταφορά: $\Sigma F_x = 0 \Rightarrow w'_x = T' + T_{στ} \Rightarrow Mg\eta\mu\phi = T' + T_{στ} \ (2)$

Περιστροφή: $\Sigma\tau = 0 \Rightarrow T' \cdot R = T\sigma\tau \cdot R \Rightarrow T' = T\sigma\tau \ (3)$

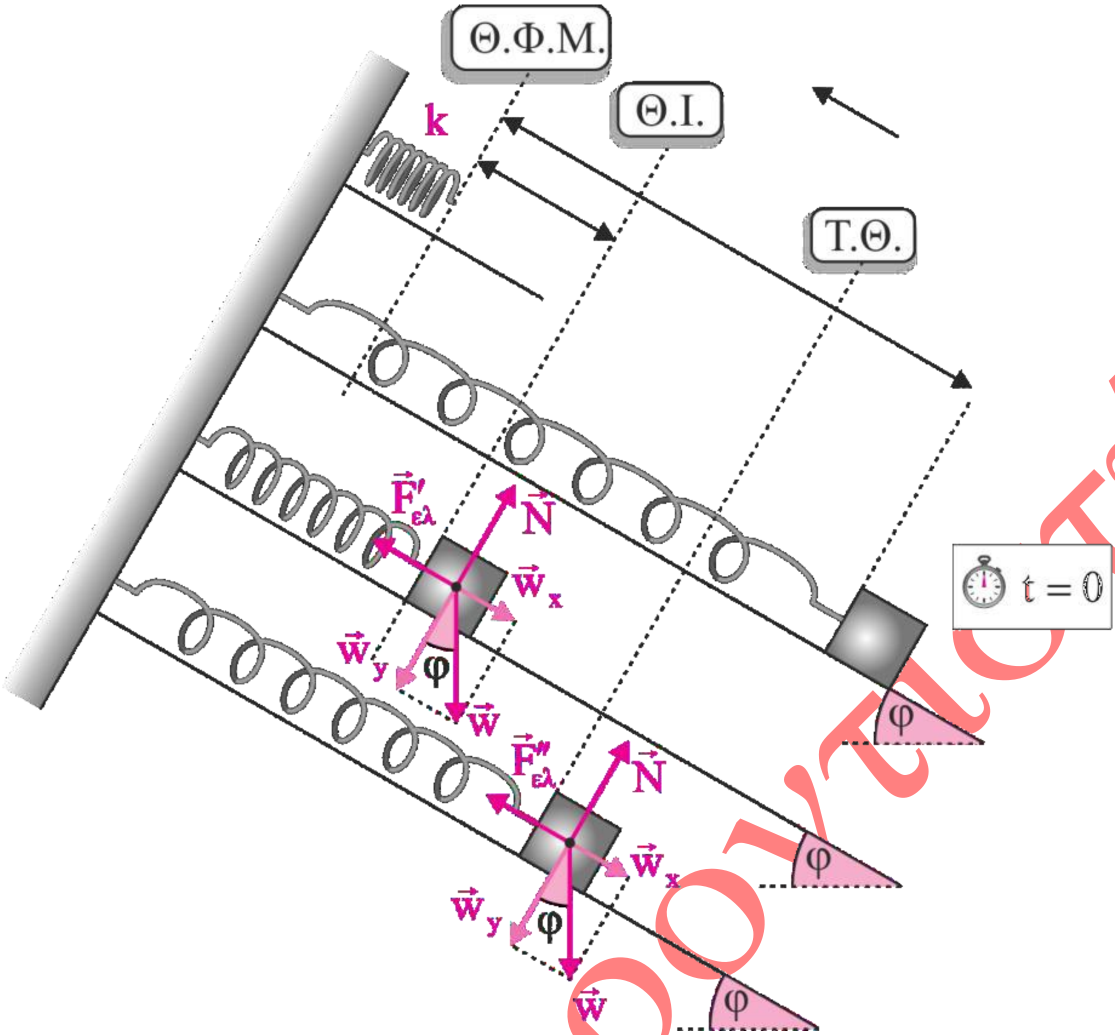
Όμως Τ = Τ ΄ (αβαρές νήμα)

Από τις σχέσεις (2), (3) προκύπτει ότι:

$Mg\eta\mu\phi = 2\mathrm{T} \Rightarrow \mathrm{T} = \mathrm{T}\sigma\tau = 5\mathrm{N}$

Από τη σχέση (1): $\Delta l_1 = \dfrac{1 \cdot 10 \cdot \frac{1}{2} + 5}{100} = 0{,}1m$

Δ2.



X_1= η απόσταση από τη θέση Φ.Μ έως τη Θ.Ι

X_o= η απόσταση από τη θέση Φ.Μ έως την ακραία θέση ταλάντωσης- πλάτος. Το σώμα βρίσκεται στο πλάτος τη στιγμή t=0 που κόβουμε το νήμα γιατί βρίσκεται μακριά από τη θέση ισορροπίας και έχει μηδενική ταχύτητα.

Η νέα θέση ισορροπίας του σώματος (αφού κόβω το νήμα) είναι εκείνη στην οποία ισχύει:

$$\Sigma F_x = 0 \Rightarrow F'_{\varepsilon\lambda} = mg\eta\mu\phi \Rightarrow K \cdot x_1 = mg\eta\mu\phi \Rightarrow x_1 = 0{,}05m.$$

Άρα το πλάτος της ταλάντωσης είναι A=x_o-x_1=0,1-0,05=0,05 m. Το πλάτος μετράται από τη νέα Θ.Ι του σώματος αφού έχουμε κόψει το νήμα και θα εκτελέσει ελεύθερο ταλάντωση.

Το σώμα εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση με σταθερά D= K = 100 N/m

$$D = m\omega^2 \Rightarrow \omega = 10rad/s$$

Η εξίσωση της ταλάντωσης δίνεται από τη σχέση

$$x = A\eta\mu(\omega t + \phi_0)$$

Την t=0 το σώμα ξεκινάει από τη θέση χ= -Α εφόσον θεωρούμε τη θετική φορά προς τα πάνω.

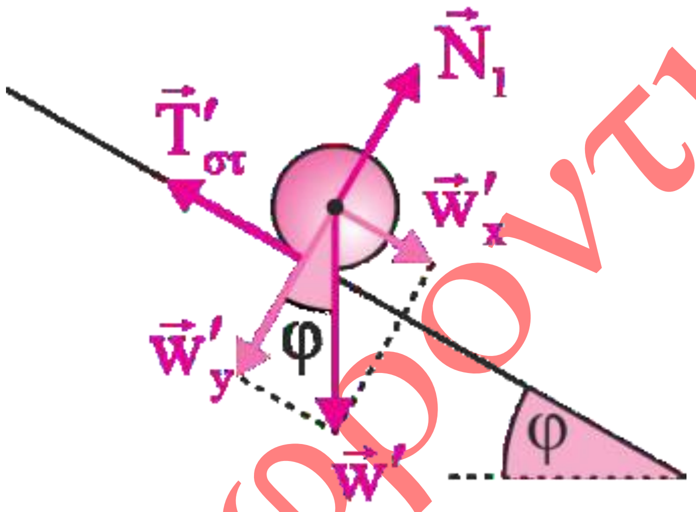
Εφαρμόζοντας τις αρχικές συνθήκες στη σχέση της ταλάντωσης προκύπτει ότι:

$$-A = A\eta\mu\phi_0 \Rightarrow \eta\mu\phi_0 = -1 \Rightarrow \phi_0 = \frac{3\pi}{2}$$

Άρα η εξίσωση της δύναμης επαναφοράς του σώματος είναι:

$$\Sigma F = -Dx = -DA\eta\mu(\omega t + \phi_0) \Rightarrow \Sigma F = -5\eta\mu(10\tau + \frac{3\pi}{2}) \text{ (SI)}$$

Δ3. Ο κύλινδρος εκτελεί κύλιση χωρίς ολίσθηση κατά μήκος του κεκλιμένου επιπέδου. Ομαλά επιταχυνόμενη σύνθετη κίνηση χωρίς αρχική ταχύτητα.



Για τις περιστροφές Ν και τη γωνία Δθ που έχει διαγράψει ο κύλινδρος ισχύει ότι:

$$N = \frac{\Delta\vartheta}{2\pi} \Rightarrow \Delta\theta = 24rad.$$

Για να υπολογίσουμε τη στοφορμή του κυλίνδρου χρειαζόμαστε τη γωνιακή ταχύτητα ω και άρα τη γωνιακή επιτάχυνση $\alpha_{\gamma\omega\nu}$. Εφόσον ω= $\alpha_{\gamma\omega\nu}$ t και L=Ιω.

Εφαρμόζουμε το θεμελιώδη νόμο της μηχανικής για τη μεταφορά και το θεμελιώδη νόμο της στροφικής κίνηση για την περιστροφή του κυλίνδρου.

Μεταφορά: $\Sigma F_x = Ma_{cm} \Rightarrow w'_x - T_{\sigma\tau} = Ma_{cm}$ (1)

Περιστροφή: $\Sigma\tau = Ia_{\gamma\omega\nu} \Rightarrow T'_{\sigma\tau}R = \frac{1}{2}MR^2\frac{a_{cm}}{R} \Rightarrow T'_{\sigma\tau} = \frac{1}{2}Ma_{cm}$ (2)

Όμως $T_{στ}= T'_{στ}$

Από (1), (2) προκύπτει ότι:

$$Mg\eta\mu\phi=\frac{3}{2}Ma_{cm}\Rightarrow a_{cm}=\frac{2g\eta\mu\phi}{3}\Rightarrow a_{cm}=\frac{2\cdot 10\cdot 0{,}5}{3}=\frac{10}{3}m/s^2$$

Άρα $a_{\gamma\omega\nu}=\frac{a_{cm}}{R}=\frac{\frac{10}{3}}{0{,}1}=\frac{100}{3}rad/s^2$

Όταν ο κύλινδρος έχει διαγράψει γωνία Δθ=24 rad, ισχύει Από τους τύπους της κινηματικής ότι

$$\Delta\theta=\frac{1}{2}a_{\gamma\omega\nu}t^2\Rightarrow 24=\frac{1}{2}\cdot\frac{100}{3}t^2\Rightarrow t=1{,}2s$$

$$\omega=a_{\gamma\omega\nu}\cdot t=\frac{100}{3}\cdot 1{,}2=40rad/s$$

$$L=I\cdot\omega=\frac{1}{2}MR^2\cdot\omega=\frac{1}{2}\cdot 2\cdot O{,}1^2\cdot 40=O{,}4kgm^2/s$$

Δ4. Τη χρονική στιγμή t=3 s το σώμα έχει μεταφορική ταχύτητα

$$u_{cm}=a_{cm}\cdot t=\frac{10}{3}\cdot 3=10m/s$$

Λόγω κύλισης χωρίς ολίσθηση για τη γωνιακή ταχύτητα ισχύει

$$\omega=\frac{u_{cm}}{R}=\frac{10}{0{,}1}=100rad/s \text{ ή } \omega=a_{\gamma\omega\nu}\cdot t=\frac{100}{3}\cdot 3=100rad/s$$

Ο ρυθμός μεταβολής της κινητικής ενέργειας του σώματος την ίδια στιγμή ισούται με το άθροισμα του ρυθμού μεταβολής της κινητικής ενέργειας λόγω μεταφορικής και λόγω περιστροφικής κίνησης:

$$\frac{dK}{dt}=\left(\frac{dK}{dt}\right)_{\mu\varepsilon\tau}+\left(\frac{dK}{dt}\right)_{\pi\varepsilon\rho}=\left(\frac{dW}{dt}\right)_{\mu\varepsilon\tau}+\left(\frac{dW}{dt}\right)_{\pi\varepsilon\rho}=$$

$$\frac{\Sigma F\cdot dx}{dt}+\frac{\Sigma\tau\cdot d\theta}{dt}=\Sigma F\cdot u_{cm}+\Sigma\tau\cdot\omega=M\cdot a_{cm}\cdot u_{cm}+I\cdot a_{\gamma\omega\nu}\cdot\omega=$$

$$M\cdot a_{cm}\cdot u_{cm}+\frac{1}{2}\cdot M\cdot R^2\cdot a_{\gamma\omega\nu}\cdot\omega=2\cdot\frac{10}{3}\cdot 10+\frac{1}{2}\cdot 2\cdot 0{,}1^2\cdot\frac{100}{3}\cdot 100=100\frac{J}{s}$$