ΚΟΜΝΗΝΑΚΙΔΗΣ ΜΠΟΥΝΤΟΥΚΑ

φροντιστήριο

ΦΥΣΙΚΗ ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ – ΠΑΝΕΛΛΗΝΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ 2017

ΛΥΣΕΙΣ ΘΕΜΑΤΩΝ

ΕΠΙΜΕΛΕΙΑ: ΧΑΛΑΝΤΖΟΥΚΑ ΦΩΤΕΙΝΗ

ΘΕΜΑ Α.

Α1. δ

Α2. γ

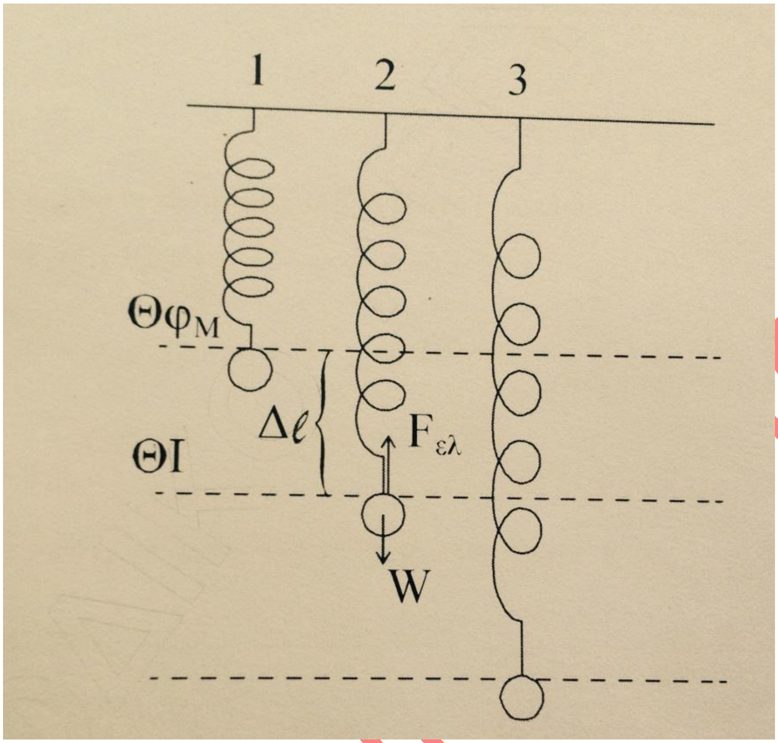
Α3. α.

Α4. δ

Α5. α) Λ β) Σ γ) Σ δ) Σ ε) Λ

ΘΕΜΑ Β

Β1.



Στη Θ.Ι (θέση ισορροπίας) του σώματος ισχύει:

$$\Sigma\vec{F}=0 \Rightarrow F_{\varepsilon\lambda}-mg=0 \Rightarrow k\cdot\Delta l=mg \Rightarrow \Delta l=\frac{mg}{k} \quad (1)$$

Στη Θ.Ε.Τ (θέση έναρξης της ταλάντωσης) το σώμα βρίσκεται Δl μακριά από τη θέση ισορροπίας και αφού αφήνεται έχει ταχύτητα u=0. Άρα αποτελεί ακραία θέση ταλάντωσης (Α.Θ.Τ).

Άρα πλάτος ταλάντωσης Α= Δl.

Το ελατήριο έχει μέγιστη δυναμική ενέργεια ταλάντωσης όταν έχει τη μέγιστη παραμόρφωση από το φυσικό του μήκος.

$$U_{\varepsilon\lambda(\max)}=\frac{1}{2}k\Delta l_{\max}^{2} \quad (2)$$

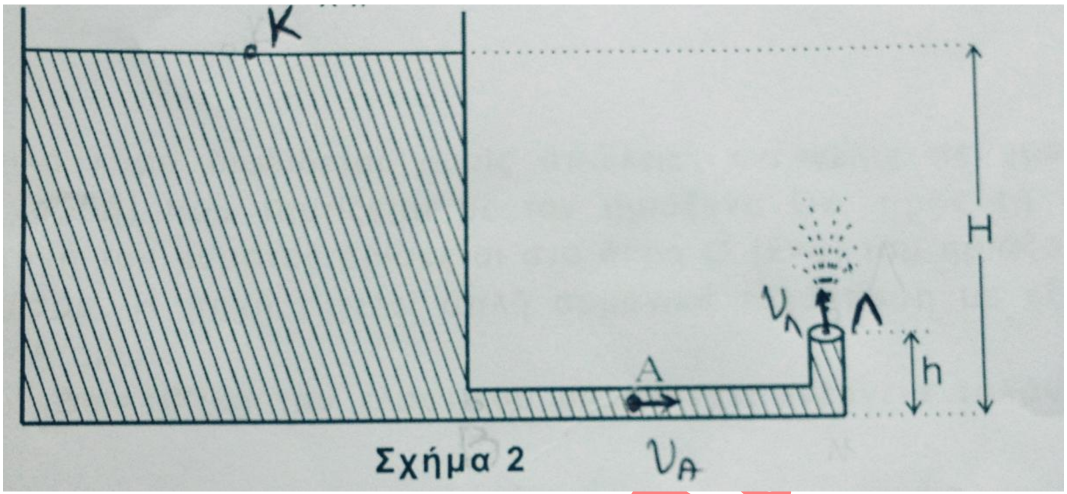
Αυτό συμβαίνει στην κάτω ακραία θέση ταλάντωσης του σώματος όπου για την παραμόρφωση του ελατηρίου ισχύει:

$$\Delta l_{\max}=2A=2\Delta l \ (3)$$

Άρα $(2) \Rightarrow U_{\varepsilon\lambda(\max)} = \frac{1}{2}k\Delta l_{\max}^2 = \frac{1}{2}k(2\Delta l)^2 = \frac{1}{2}k(\frac{2mg}{k})^2 = \frac{2m^2g^2}{k}$

Άρα σωστή απάντηση το ii)

Β2.



Σχήμα 2

Εξίσωση Bernoulli από Κ σε Λ όπου $P_K = P_\Lambda = P_{atm}$ και $u_K = 0$.

$$P_K + \frac{1}{2}pu_K^2 + pgy_K = P_\Lambda + \frac{1}{2}pu_\Lambda^2 + pgy_\Lambda \text{ άρα}$$

$$P_{atm} + 0 + pgH = P_{atm} + \frac{1}{2}pu_\Lambda^2 + pgh, \text{ όμως } h = 5H \text{ και άρα}$$

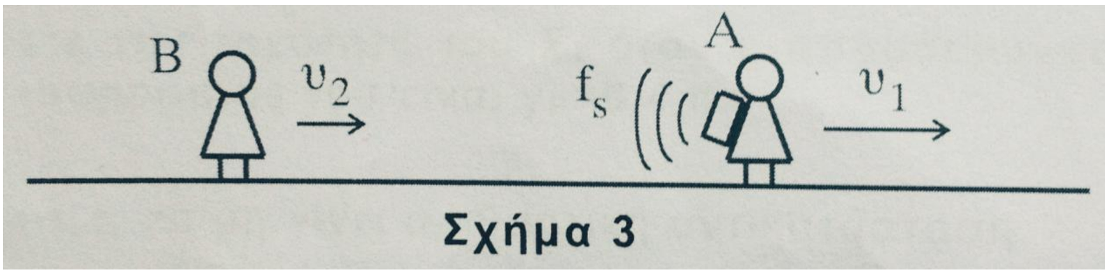
$$u_\Lambda = \sqrt{8gh} = 2\sqrt{2gh}$$

Από εξίσωση συνέχειας εφόσον το εμβαδό διατομής του σωλήνα είναι παντού ίδιο ισχύει ότι:

$$\Pi_A = \Pi_\Lambda \Rightarrow A_A \cdot u_A = A_\Lambda \cdot u_\Lambda \Rightarrow u_A = u_\Lambda = 2\sqrt{2}gh$$

Σωστή απάντηση το iii)

Β3.



Σχήμα 3

Ο παρατηρητής Β κατευθύνεται προς την πηγή με ταχύτητα $u_2 = \frac{u_{\eta\chi}}{10}$

Η πηγή Α απομακρύνεται από τον παρατηρητή με ταχύτητα $u_2 = \frac{u_{\eta\chi}}{5}$

Άρα ισχύει ότι η συχνότητα που αντιλαμβάνεται ο παρατηρητής δίνεται από τη σχέσησ

$$f_B = \frac{u_{\eta\chi} + u_2}{u_{\eta\chi} + u_1} = \frac{u_{\eta\chi} + \frac{u_{\eta\chi}}{10}}{u_{\eta\chi} + \frac{u_{\eta\chi}}{5}} = \frac{\frac{11u_{\eta\chi}}{10}}{\frac{6u_{\eta\chi}}{5}} = \frac{11\cdot 5}{10\cdot 6} = \frac{11}{12}$$

Σωστή απάντηση το ii)

ΘΕΜΑ Γ

Γ1. Η πηγή x=0 εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση χωρίς αρχική φάση της μορφής

$y = A\eta\mu\omega t$ και διαδίδεται ένα κύμα προς τα δεξιά στον άξονα x'0x.

Όλα τα μόρια του ελαστικού μέσου θα εκτελέσουν διαδοχικά απλή αρμονική ταλάντωση με ίδιο πλάτος και ίδια περίοδο με την πηγή.

Η στοιχειώδης μάζα Δm για την απευθείας μετάβαση από την κάτω ακραία θέση ταλάντωσης μέχρι την πάνω ακραία θέση ταλάντωσης χρειάζεται χρόνο Δt= 0,4 s.

$$\Delta t = \frac{T}{2} \Rightarrow T = 2\Delta t \Rightarrow T = 2\cdot 0{,}4s = 0{,}8s \text{ και } f = \frac{1}{T} = \frac{1}{0{,}8} = 1{,}25Hz$$

Και $\omega = 2\pi f = 2{,}5\pi \frac{rad}{s}$

Στο ίδιο χρονικό διάστημα το κύμα διαδίδεται με σταθερή ταχύτητα σε απόσταση Δx= 0,04 m που αντιστοιχεί σε απόσταση λ/2. Συγκεκριμένα:

$$u_\delta = \frac{\Delta x}{\Delta t} \Leftrightarrow \Delta x = u_\delta \cdot \Delta t = \frac{\lambda}{T}\cdot\frac{T}{2} = \frac{\lambda}{2} \Rightarrow \lambda = 2\cdot\Delta x = 2\cdot 0{,}04 = 0{,}08m$$

Και η ταχύτητα διάδοσης του κύματος $u_\delta = \lambda \cdot f = 1{,}25\cdot 0{,}08 = 0{,}1m/s$

Η ενέργεια ταλάντωσης της στοιχειώδους μάζας είναι

$$E_T = 5\pi^2 \cdot 10^{-7}\,J \Rightarrow \frac{1}{2}DA^2 = 5\pi^2 \cdot 10^{-7} \Rightarrow \frac{1}{2}\Delta m \cdot \omega^2 \cdot A^2 = 5\pi^2 \cdot 10^{-7} \Rightarrow$$

$$\frac{1}{2} \cdot 10^{-6} \cdot (2{,}5\pi)^2 \cdot A^2 = 5\pi^2 \cdot 10^{-7} \Rightarrow A = 0{,}4m$$

Γ2. Η εξίσωση του αρμονικού κύματος δίνεται από τη σχέση:

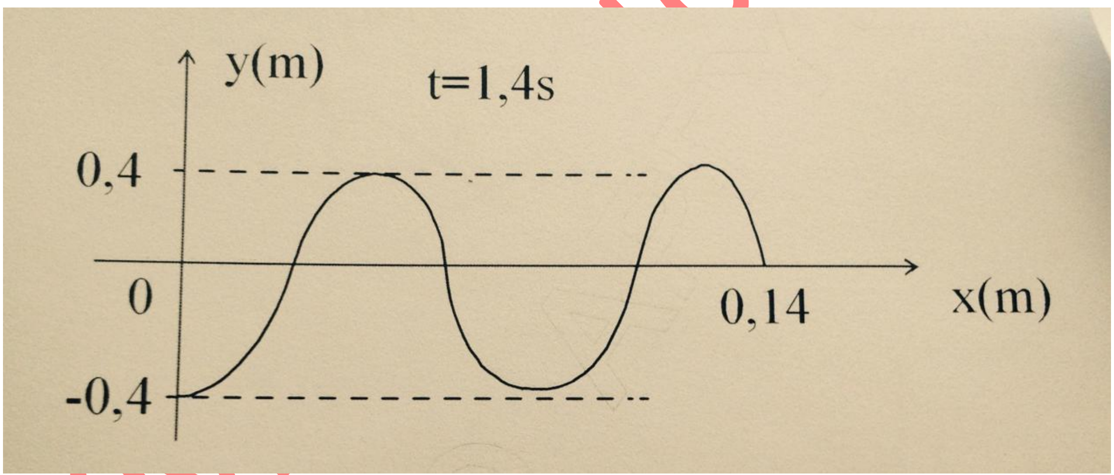
$$y = A\eta\mu 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right) = 0{,}4\eta\mu 2\pi\left(\frac{t}{0{,}8} - \frac{x}{0{,}08}\right) = 0{,}4\eta\mu 2\pi(1{,}25t - 12{,}5x) \Rightarrow$$

$$y = 0{,}4\eta\mu(2{,}5\pi t - 25\pi x)(SI)$$

Τη στιγμή t_1= 1,4 s το κύμα έχει φτάσει μέχρι το μόριο του ελαστικού μέσου στη θέση $x_{\max} = u_\delta t_1 = 0{,}1 \cdot 1{,}4 = 0{,}14m$

$$N = \frac{x_{\max}}{\lambda/4} = \frac{0{,}14}{0{,}02} = 7(\lambda/4)$$

Άρα το στιγμιότυπο του κύματος είναι :



Γ3. Η στοιχειώδης μάζα εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση και ισχύει η Αρχή Διατήρησης της Μηχανικής Ενέργειας.

$$K + U = E \Rightarrow K + \frac{1}{2}Dy^2 = E \Rightarrow K = E - \frac{1}{2} \cdot \Delta m \cdot \omega^2 \cdot y^2 =$$

$$5\pi^2 \cdot 10^{-7} - \frac{1}{2} \cdot 10^{-6} \cdot (2{,}5\pi)^2 \cdot 0{,}2^2 = (5\pi^2 - 1{,}25\pi^2) \cdot 10^{-7} \Rightarrow$$

$$K = 3{,}75\pi^2 \cdot 10^{-7}\,J$$

Γ4. Τα δύο σημεία του ελαστικού μέσου P και Σ έχουν διαφορά φάσης

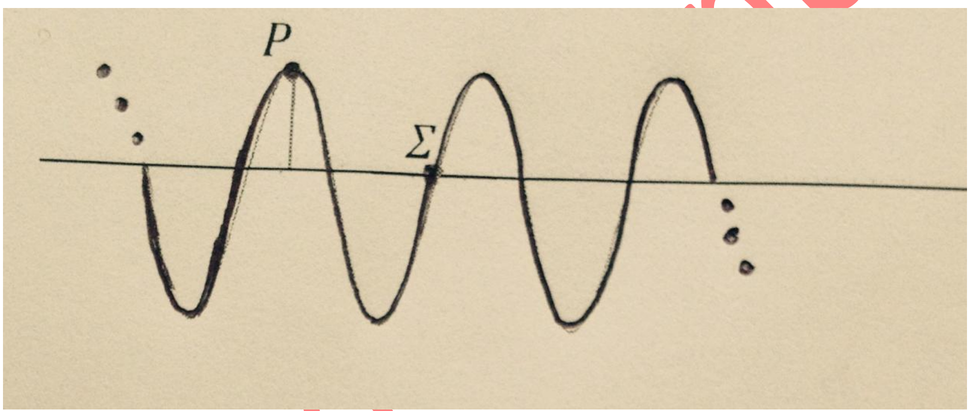
$\Delta\Phi = \Phi_P - \Phi_\Sigma = 3\pi/2$.

Εφόσον το P έχει μεγαλύτερη φάση έχει ξεκινήσει πρώτο την ταλάντωση καθώς το κύμα έχει φτάσει πρώτο σε αυτό. Άρα βρίσκεται πιο κοντά στην πηγή x=0 και ισχύει

$x_P < x_\Sigma$ Έχουν διαφορά φάσης Δφ διότι απέχουν Δx και ξεκινούν ταλάντωση με χρονική διαφορά Δt .

$$\Delta\Phi = \omega \cdot \Delta t = \frac{2\pi}{T} \cdot \frac{\Delta x}{u_\delta} = 2\pi \frac{\Delta x}{\lambda} \Rightarrow \Delta x = \frac{\Delta\Phi \cdot \lambda}{2\pi} = \frac{\frac{3\pi}{2} \cdot \lambda}{2\pi} = \frac{3\lambda}{4}$$

Εφόσον απέχουν 3λ/4, κάνοντας στιγμιότυπο του κύματος σε ένα τυχαίο τμήμα του ελαστικού μέσου που περιλαμβάνει τα P, Σ διαπιστώνουμε ότι:

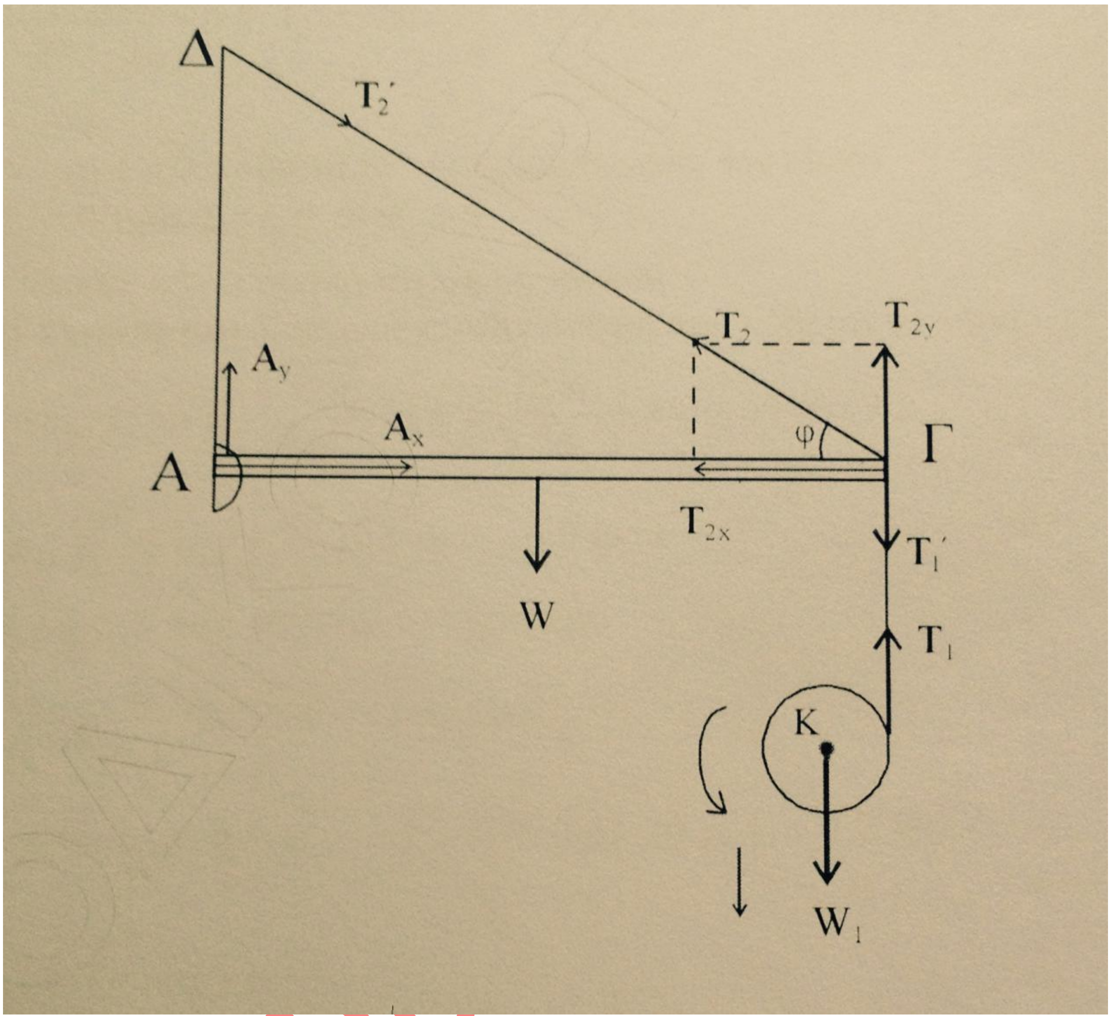


Όταν το P βρίσκεται στην άνω ακραία θέση ταλάντωσης, $y_P = +0{,}4$ m, το Σ που βρίσκεται 3λ/4 μπροστά βρίσκεται στη θέση ισορροπίας έχοντας ταχύτητα

$u_\Sigma = -u_{\max} = -\omega A = -\pi m/s$

Το (-) προκύπτει από τη φορά διάδοσης του κύματος καθώς το Σ σε dt θα κατευθυνθεί προς το –A , όπως τα προηγούμενα μόρια από αυτό, τη στιγμή του στιγμιότυπου (κάθε μόριο του ελαστικού μέσου εκτελεί διαδοχικά την κίνηση του προηγούμενου μορίου.)

ΘΕΜΑ Δ.



Δ1. Τα νήματα είναι αβαρή μη εκτατά και ισχύει

$T_1 = T_1'$ και $T_2 = T_2'$

Ο δίσκος εκτελεί σύνθετη κίνηση καθώς το νήμα ξετυλίγεται χωρίς να ολισθαίνει στην περιφέρεια του δίσκου. $a_{cm} = a_{\gamma\omega\nu} R$ (1)

Για τη σύνθετη κίνηση του δίσκου ισχύει:

Μεταφορα: $\Sigma F = ma_{cm} \Rightarrow w_1 - T_1 = ma_{cm}$ (2)

Περιστροφή: $\Sigma\tau = Ia_{\gamma\omega\nu} \Rightarrow T_1 R = \frac{1}{2} mR^2 a_{\gamma\omega\nu} \Rightarrow T_1 = \frac{1}{2} mRa_{\gamma\omega\nu}$ (3)

Προσθέτοντας τις (2),(3) και με τη βοήθεια της (1) προκύπτει:

$$w_1 = ma_{cm} + \frac{1}{2} mR \frac{a_{cm}}{R} \Rightarrow mg = \frac{3}{2} ma_{cm} \Rightarrow$$

$$a_{cm} = \frac{2g}{3} = \frac{2 \cdot 10}{3} = \frac{20}{3} m/s^2$$

Επίσης $a_{\gamma\omega\nu} = \dfrac{a_{cm}}{R} = \dfrac{\frac{20}{3}}{0{,}1} = \dfrac{200}{3} rad/s^2$

Δ2. Η ράβδος ισορροπεί. Συνθήκη ισορροπίας ως προς το Α στην περιστροφή ώστε η άγνωστη δύναμη από την άρθρωση να μη δημιουργεί ροπή ως προς το σημείο Α.

Για τη ράβδο:

$$\Sigma \vec{\tau}_A = 0 \Rightarrow T_{2y} L - w\frac{L}{2} - T_1{}' L = 0 \Rightarrow T_2 \eta\mu\phi = \frac{Mg}{2} + T_1 \quad (4)$$

Από τη σχέση (3) ισχύει: $T_1 = \dfrac{1}{2} ma_{cm} = \dfrac{1}{2} 2 \dfrac{20}{3} = \dfrac{20}{3} N$

Άρα: (4): $T_2 \cdot 0{,}8 = \dfrac{40}{2} + \dfrac{20}{3} \Rightarrow T_2 = \dfrac{100}{3} N$

Δ3.Όταν το κέντρο μάζας του δίσκου έχει κατέρθει h_1=0,3 m μπορώ να υπολογίσω την ταχύτητά του , μεταφορική και περιστροφική, ώστε να γνωρίζω τις αρχικές συνθήκες όταν κοπεί το νήμα.

Ο δίσκος εκτελεί ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση χωρίς αρχική ταχύτητα και μεταφορικά και περιστροφικά.

$$h_1 = \frac{1}{2} a_{cm} t_1^2 \Rightarrow t_1 = \sqrt{\frac{2h_1}{a_{cm}}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 0{,}3}{\frac{20}{3}}} = \sqrt{0{,}09} = 0{,}3s$$

Τότε: $u_{1cm} = a_{cm} t_1 = \dfrac{20}{3} \cdot 0{,}3 = 2m/s$ και

$$\omega_1 = a_{\gamma\omega\nu} \cdot t_1 = \frac{200}{3} \cdot 0{,}3 = 20 rad/s$$

Από τη στιγμή που κόβεται το νήμα και μετά ο δίσκος δέχεται μόνο το βάρος του το οποίο δε δημιουργεί ροπή ως προς το κέντρο μάζας του, όμως το επιταχύνει μεταφορικά με επιτάχυνση ίση με την επιτάχυνση της βαρύτητας.

$$\Sigma F = ma \quad \Rightarrow mg = ma \Rightarrow a = g$$

Μεταφορικά εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση με αρχική ταχύτητα την u_{1cm} και επιτάχυνση a=g.

Άρα Δt μετά το κόψιμο του νήματος εφόσον ισχύει $\Sigma\vec{\tau}_{cm}=0 \Rightarrow \vec{a}_{\gamma\omega\nu}=0$ ο δίσκος εκτελεί ομαλή περιστροφική κίνηση και η γωνιακή του ταχύτητα παραμένει σταθερή και ίση με την $\omega_1=20rad/s$ τη στιγμή που κόπηκε το νήμα.

Η στοφορμή του δίσκου ως προς το κέντρο μάζας του τότε είναι:

$$L=I_{cm}\omega=\frac{1}{2}mR^2\omega_1=\frac{1}{2}\cdot 2\cdot 0{,}1^2\cdot 20=0{,}2kg\cdot m^2/s$$

Δ4. Σε Δt= 0,1s μετά το κόψιμο του νήματος

$\omega_1=20rad/s$ και

$$u_{cm}=u_{1cm}+g\cdot\Delta t \Rightarrow u_{cm}=2+10\cdot 0{,}1=3m/s$$

Άρα: $$\frac{K_{\pi\varepsilon\rho}}{K_{\mu\varepsilon\tau}}=\frac{\frac{1}{2}I_{cm}\omega^2}{\frac{1}{2}mu_{cm}{}^2}=\frac{\frac{1}{2}mR^2\omega^2}{mu_{cm}^2}=\frac{\frac{1}{2}\cdot 0{,}1^2\cdot 20^2}{3^2}=\frac{2}{9}$$