ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΓΕΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ

ΠΑΝΕΛΛΗΝΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ 2017

ΛΥΣΕΙΣ ΘΕΜΑΤΩΝ

ΕΠΙΜΕΛΕΙΑ: Χ. ΚΟΜΝΗΝΑΚΙΔΗΣ

ΘΕΜΑ Α

Α1. Σχολικό Βιβλίο, σελίδα 31

Α2. Σχολικό Βιβλίο, σελίδα 14

Α3. Σχολικό Βιβλίο, σελίδα 72

Α4. (α) Σωστό (β) Λάθος (γ) Λάθος (δ) Σωστό (ε) Λάθος

ΘΕΜΑ Β

B1.

x_i	ν_i	$x_i\nu_i$	$(x_i-\bar{x})^2$	$(x_i-\bar{x})^2\nu_i$
1	2	2	9	18
3	3	9	1	3
5	4	20	1	4
9	1	9	25	25
Σύνολο	10	40	36	50

(α) $\bar{x} = \frac{1}{\nu}\left[\sum_{i=1}^{\kappa} x_i\nu_i\right] = \frac{40}{10} = 4$

(β) Το μέγεθος του δείγματος είναι ν=10 άρτιος οπότε έχουμε

$$\delta = \frac{1}{2}\left(x_{\frac{\nu}{2}} + x_{\frac{\nu}{2}+1}\right) = \frac{1}{2}(x_5 + x_6) = \frac{1}{2}(3+5) = 4$$

(γ) επειδή η μέση τιμή είναι ακέραιος αριθμός θα χρησιμοποιήσουμε τον τύπο

$$S_\nu^2 = \frac{1}{\nu}\sum_{i=1}^{k}(x_i - \bar{x})^2\nu_i = \frac{50}{10} = 5$$

B2. C.V. = $\frac{s}{|\bar{x}|} = \frac{\sqrt{5}}{4} > 0{,}1$ ή 10% (*) άρα το δείγμα δεν είναι ομοιογενές.

(*) Έστω ότι $\frac{\sqrt{5}}{4} > 0{,}1 \Rightarrow \sqrt{5} > 0{,}4 \Rightarrow \sqrt{5}^2 > 0{,}4^2 \Rightarrow 5 > 0{,}16$ που ισχύει.

ΘΕΜΑ Γ

Γ1. $f(x)=x^2-x+1$, $A_f = R$

Η f είναι συνεχής στο R ως πολυωνυμική.

Η f είναι παραγωγίσιμη στο R ως πολυωνυμική με παράγωγο

$f'(x) = 2x-1$. Έχουμε :

- $f'(x) = 0 \Leftrightarrow 2x-1=0 \Leftrightarrow x=\frac{1}{2}$
- $f'(x) > 0 \Leftrightarrow 2x-1>0 \Leftrightarrow x>\frac{1}{2}$
- $f'(x) < 0 \Leftrightarrow 2x-1<0 \Leftrightarrow x<\frac{1}{2}$

x	-∞	1/2	+∞
$f'(x)$	-	0	+
Μον. f	↘		↗

ο.ε. f(1/2)=3/4

- f γνησίως φθίνουσα στο $(-\infty , \frac{1}{2}]$
- f γνησίως αύξουσα στο $[1/2 , +\infty)$
- η f παρουσιάζει στην θέση x=1/2 ο.ε. το f(1/2)=3/4

Γ2. Έστω y=λχ+β η ζητούμενη εξίσωση της εφαπτομένης στο σημείο Α(2,f(2))=(2,3)

- $\lambda=f'(2)=3$, άρα η εξίσωση της εφαπτομένης γίνεται τώρα y=3x+β
- το σημείο Α(2,3) επαληθεύει την εξίσωση της εφαπτομένης , οπότε έχουμε $3=3*2+\beta \Leftrightarrow \beta= -3$

Άρα η ζητούμενη εξίσωση της εφαπτομένης στο σημείο Α(2,f(2))=(2,3) είναι η y=3x-3.

Γ3. Έχουμε την ευθεία του Γ2 : y=3x-3

- για x=0 έχουμε y= -3 => η ευθεία τέμνει τον $ψψ^{/}$ στο σημείο (0,-3)
- για y=0 έχουμε x= 1 => η ευθεία τέμνει τον $xx^{/}$ στο σημείο (1,0)

Γ4.

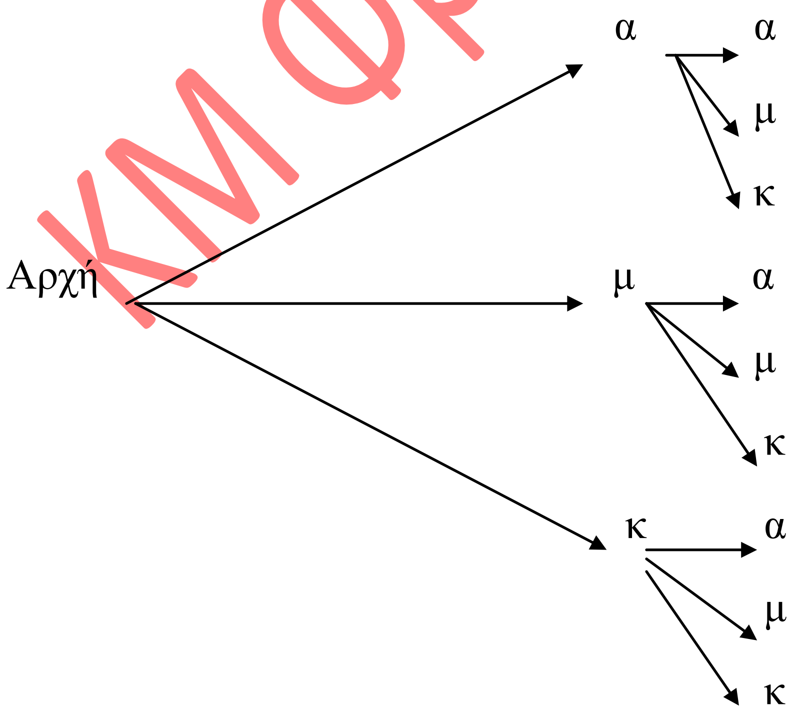
$$\lim_{x\to 1}\frac{\sqrt{f(x)}-1}{x-1}=\lim_{x\to 1}\frac{\sqrt{x^2-x+1}-1}{x-1}=$$

$$\lim_{x\to 1}\frac{\frac{x^2-x+1-1}{\sqrt{x^2-x+1}+1}}{x-1}=\lim_{x\to 1}\frac{(x^2-x)}{(x-1)(\sqrt{x^2-x+1}+1)}=$$

$$\lim_{x\to 1}\frac{x(x-1)}{(x-1)(\sqrt{x^2-x+1}+1)}=\lim_{x\to 1}\frac{x}{\sqrt{x^2-x+1}+1}=\frac{1}{2}$$

ΘΕΜΑ Δ

Δ1. Το δενδροδιάγραμμα του πειράματος έχει ως εξής:



Ο δειγματικός χώρος του πειράματος είναι με βάση το παραπάνω δενδροδιάγραμμα :

Ω={ αα , αμ , ακ , μα , μμ , μκ , κα , κμ , κκ}

Δ2. Α = {αμ, μμ, κμ} – το ενδεχόμενο Α

Β = { αμ, ακ, μα, μκ, κα, κμ} – το ενδεχόμενο Β

Δ3.

Ο δειγματικός χώρος του πειράματος αποτελείται από απλά ισοπίθανα ενδεχόμενα, οπότε σύμφωνα με τον κλασσικό ορισμό της πιθανότητας έχουμε:

P(A) = $\frac{N(A)}{N(\Omega)} = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}$, $P(B) = \frac{N(B)}{N(\Omega)} = \frac{6}{9} = \frac{2}{3}$

- $P(A^{/}) = 1 - P(A) = 1 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$
- $P(A \cap B) = P[\{\alpha\mu, \kappa\mu\}] = \frac{N(A\cap B)}{N(\Omega)} = \frac{2}{9}$
- $P(A - B) = P(A) - P(A \cap B) = \frac{1}{3} - \frac{2}{9} = \frac{1}{9}$
- $P(B - A) = P(B) - P(A \cap B) = \frac{2}{3} - \frac{2}{9} = \frac{4}{9}$

Δ4.

Το ενδεχόμενο Γ ως ασυμβίβαστο τόσο με το ενδεχόμενο Α όσο και με το ενδεχόμενο Β δεν περιέχει κανένα από τα στοιχεία της ένωσης των Α και Β : Α∪ B .

Οπότε Γ = Ω – (Α∪ $B) = \{\alpha\alpha, \kappa\kappa\}$

Άρα το ενδεχόμενο Γ μπορεί να είναι το εξής:

Γ=∅ ή Γ={αα} ή Γ={κκ} ή Γ={αα,κκ}

Επειδή P(∅) = 0 , P({αα})= 1/9 , P({κκ})=1/9 και

P({αα,κκ})= 2/9 καταλαβαίνουμε ότι η μέγιστη πιθανότητα είναι 2/9 και επιτυγχάνεται όταν Γ = {αα,κκ}.

Αλλιώς:

Το ενδεχόμενο Γ ως ασυμβίβαστο τόσο με το ενδεχόμενο Α όσο και με το ενδεχόμενο Β δεν περιέχει κανένα από τα στοιχεία της ένωσης των Α και Β ($A \cup B$) . Άρα έχουμε:

$A \cup B = \{\alpha\mu, \alpha\kappa, \mu\alpha, \mu\kappa, \mu\mu, \kappa\mu, \kappa\alpha\}$ και

$\Gamma \subseteq (A \cup B)' \Rightarrow P(\Gamma) \le P[(A \cup B)'] \Rightarrow$

$$P(\Gamma) \le 1 - P(A \cup B) \Rightarrow P(\Gamma) \le 1 - \frac{7}{9} \Rightarrow P(\Gamma) \le \frac{2}{9}$$

Άρα η μέγιστη πιθανότητα του ενδεχομένου Γ είναι 2/9.