ΠΑΝΕΛΛΑΔΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ
Γ΄ ΤΑΞΗΣ ΗΜΕΡΗΣΙΟΥ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ
ΤΕΤΑΡΤΗ 13 ΙΟΥΝΙΟΥ 2018
ΦΥΣΙΚΗ ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ

ΕΠΙΜΕΛΕΙΑ: ΧΑΛΑΝΤΖΟΥΚΑ ΦΩΤΕΙΝΗ

ΘΕΜΑ Α

Α1. γ

Α2. δ

Α3. α

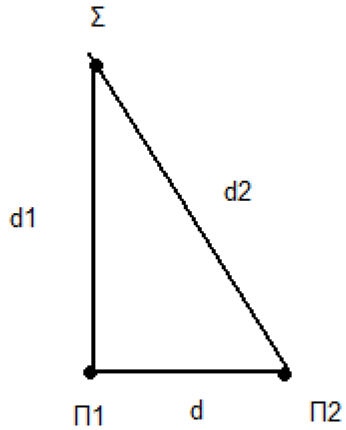
Α4. δ

Α5.

a) Λ
b) Σ
c) Λ
d) Σ
e) Λ

ΘΕΜΑ Β

Β1.



Από Πυθαγόρειο Θεώρημα

$$d_2^2 = d_1^2 + d^2$$

$$d_2^2 = (2\lambda_1)^2 + \left(\frac{3\lambda_1}{2}\right)^2$$

$$d_2^2 = 4\lambda_1^2 + \frac{9\lambda_1^2}{4} = \frac{25\lambda_1^2}{4}$$

$$d_2 = \frac{5\lambda_1}{2}$$

Οι αποστάσεις του Σ από τις πηγές παραμένουν σταθερές εφόσον το σημείο βρίσκεται σε συγκεκριμένη θέση στην επιφάνεια του νερού.

Διπλασιάζοντας τη συχνότητα ταλάντωσης των πηγών και εφόσον αναφερόμαστε στο ίδιο υλικό μέσο, η ταχύτητα των κυμάτων παραμένει σταθερή , άρα αλλάζει το μήκος κύματος.

$$u = u$$

$$\lambda_1 f_1 = \lambda_2 f_2$$

$$\lambda_1 f_1 = \lambda_2 (2 f_1)$$

$$\lambda_2 = \frac{\lambda_1}{2}$$

Άρα μετά τη συμβολή των δύο κυμάτων στο Σ για το πλάτος ταλάντωσής του ισχύει:

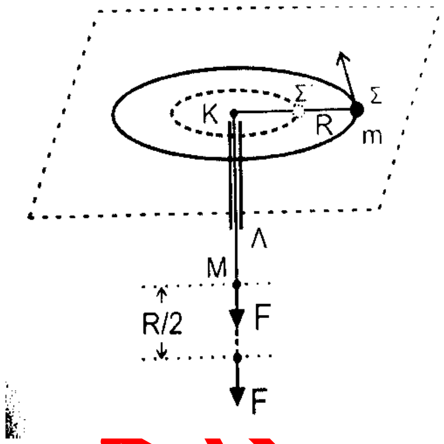
$$A_\Sigma = 2\mathrm{A}\left|\sigma\upsilon\nu\left(2\pi\frac{d_1-d_2}{2\lambda_2}\right)\right| = 2\mathrm{A}\left|\sigma\upsilon\nu\left(2\pi\frac{2\lambda_1-\frac{5\lambda_1}{2}}{2\frac{\lambda_1}{2}}\right)\right| =$$

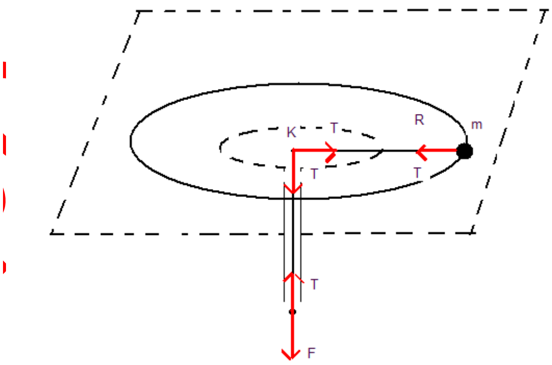
$$2\mathrm{A}\left|\sigma\upsilon\nu\left(2\pi\frac{\left(-\frac{\lambda_1}{2}\right)}{\lambda_1}\right)\right| = 2\mathrm{A}\left|\sigma\upsilon\nu(-\pi)\right| = 2\mathrm{A}$$

Άρα είναι σημείο ενισχυτικής συμβολής. Σωστό το i

B2.

Για την κίνηση του σφαιριδίου ισχύει η Αρχή Διατήρησης Στροφορμής διότι καμία δύναμη δε δημιουργεί ροπή ως προς τον άξονα περιστροφής που διέρχεται από το κέντρο Κ της κυκλικής τροχιάς. Οι φορείς των τάσεων του νήματος και της F διέρχονται από το Κ.





Εφόσον $\Sigma\vec{\tau} = 0$

Εφαρμόζω Αρχή Διατήρησης της Στροφορμής για το σφαιρίδιο που **μεταφέρεται** σε κυκλική τροχιά γύρω από το Κ σε ακτίνες R και R/2.

$$\vec{L}_1 = \vec{L}_2$$

$$mu_1R = mu_2\frac{R}{2}$$

$$u_1 = \frac{u_2}{2} \Leftrightarrow u_2 = 2u_1$$

Όμως η γραμμική ταχύτητα του σωματιδίου u συνδέεται με τη γωνιακή ω

$$u = \omega R$$

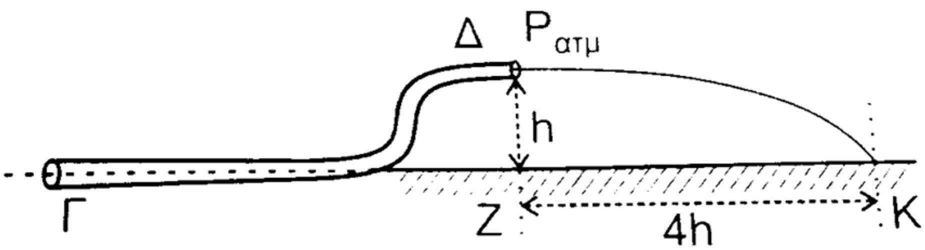
Λόγω αβαρούς μη εκτατού νήματος η τάση που ασκείται στο σφαιρίδιο ισούται με τη δύναμη F.

Εφαρμόζω Θ.Μ.Κ.Ε για την κίνηση του σφαιριδίου από την ακτίνα R στην R/2

$$
\begin{aligned}
&K_2 - K_1 = \Sigma W \\
&\frac{1}{2}mu_2^2 - \frac{1}{2}mu_1^2 = W_F \\
&W_F = \frac{1}{2}m\left[(2u_1)^2 - u_1^2\right] = \frac{1}{2}m3u_1^2 = \\
&\frac{3}{2}m\omega^2 R^2
\end{aligned}
$$

Σωστό το iii)

B3.



Δίνεται ότι η διατομή $A_\Gamma = 2\,A_\Delta$.

Εφαρμόζουμε αρχή του Bernoulli από το Γ στο Δ.

$$P_\Gamma + \frac{1}{2}\rho u_\Gamma^2 + \rho g y_\Gamma = P_\Delta + \frac{1}{2}\rho u_\Delta^2 + \rho g y_\Delta$$

Όμως έχουμε ορίσει ως επίπεδο μηδενικής δυναμικής ενέργειας την ευθεία ΓΖΚ και άρα $y_\Gamma = 0$ ενώ $y_\Delta = h$

Επίσης $P_\Delta = P_{atm}$

Άρα η αρχή του Bernoulli παίρνει τη μορφή:

$$P_\Gamma + \frac{1}{2}\rho u_\Gamma^2 + 0 = P_{atm} + \frac{1}{2}\rho u_\Delta^2 + \rho g h$$

$$\boxed{P_\Gamma - P_\Delta = \frac{1}{2}\rho u_\Delta^2 + \rho g h - \frac{1}{2}\rho u_\Gamma^2} \quad (1)$$

Από την εξίσωση της συνέχειας ανάμεσα στα ίδια σημεία Γ και Δ προκύπτει ότι η παροχή είναι ίδια σε αυτά τα σημεία.

$$\boxed{\Pi_\Gamma = \Pi_\Delta \Rightarrow A_\Gamma \cdot u_\Gamma = A_\Delta \cdot u_\Delta \Rightarrow (2A_\Delta)\cdot u_\Gamma = A_\Delta \cdot u_\Delta \Rightarrow u_\Delta = 2u_\Gamma} \quad (2)$$

Η φλέβα νερού που εξέρχεται από το Δ εκτελεί οριζόντια βολή :

Στον οριζόντιο άξονα xx Ευθύγραμμη Ομαλή Κίνηση

$$u_x = u_\Delta = \sigma\tau\alpha\theta\varepsilon\rho\eta$$
$$x = u_x \cdot t$$

και στον κατακόρυφο άξονα yy εκτελεί ελεύθερη πτώση

$$u_y = g \cdot t$$
$$y = \frac{1}{2} g t^2$$

Όταν η φλέβα φτάσει στο έδαφος , σημείο Κ, θα έχει διανύσει κατακόρυφα όλη την απόσταση y_Δ= h. Έτσι υπολογίζουμε το χρόνο καθόδου της φλέβας:

$$\boxed{y = h \Rightarrow \frac{1}{2} g t_K^2 = h \Rightarrow t_K = \sqrt{\frac{2h}{g}}} \quad (3)$$

Το βεληνεκές ,που είναι η μέγιστη οριζόντια απόσταση της φλέβας, δηλαδή η απόσταση ΖΚ που διανύεται οριζόντια στο χρόνο καθόδου.

$$x_{\max} = u_\Delta \cdot t_K \Rightarrow 4h = u_\Delta \cdot \sqrt{\frac{2h}{g}} \Rightarrow 16h^2 = u_\Delta{}^2 \cdot \frac{2h}{g} \Rightarrow u_\Delta^2 = 8gh \Rightarrow \boxed{gh = \frac{u_\Delta^2}{8}} (4)$$

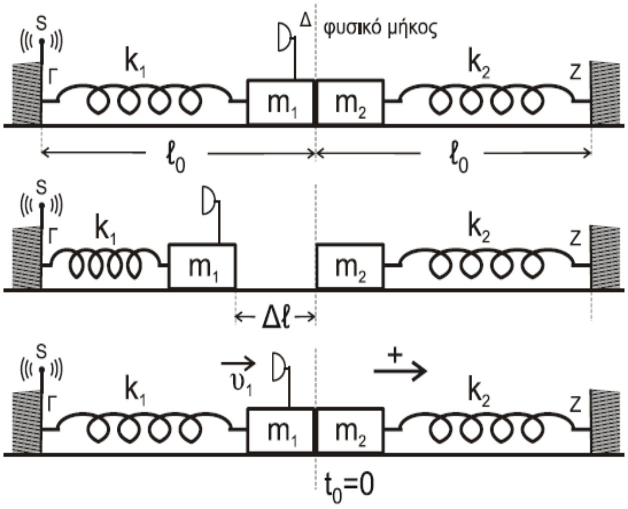
Άρα η (1) λόγω της (2) γίνεται:

$$P_\Gamma - P_\Delta = \frac{1}{2}\rho(2u_\Gamma)^2 + \rho g h - \frac{1}{2}\rho u_\Gamma^2 = \frac{3}{2}\rho u_\Gamma^2 + \rho g h,$$, λόγω της (4) και της (2)

$$P_\Gamma - P_\Delta = \frac{3}{2}\rho u_\Gamma^2 + \rho \frac{u_\Delta^2}{8} = \frac{3}{2}\rho u_\Gamma^2 + \rho \frac{(2u_\Gamma)^2}{8} \Rightarrow$$

$\boxed{P_\Gamma - P_\Delta = 2\rho u_\Gamma^2}$, σωστή απάντηση (i)

ΘΕΜΑ Γ



Γ1) Το σώμα m_1 κάνει Α.Α.Τ. με πλάτος $\mathbf{A_1=\Delta l=0.4m}$ και σταθερά k, άρα στη Θ.Ι. λίγο πριν την κρούση του θα έχει μέγιστη ταχύτητα $\upsilon_1 = \omega_1 A_1 = \sqrt{\frac{k}{m_1}} \cdot A_1 = \sqrt{\frac{50}{2}} \cdot 0.4$ $\boldsymbol{\upsilon_1 = 2\ m/s}$ **,**

Ακολουθεί πλαστική κρούση που το συσσωμάτωμα μετά την κρούση θα έχει ταχύτητα u_K

Α.Δ.Ο. για την κρούση: $\vec{p}_{ολ(πριν)} = \vec{p}_{ολ(μετα)}$

$$m_1\upsilon_1 = (m_1 + m_2)\upsilon_K$$

$\boldsymbol{\upsilon_K = 1 m/s}$ **.**

Πριν την κρούση ο Δέκτης Δ στο m1 απομακρύνεται από την πηγή S με ταχύτητα u1 και αντιλαμβάνεται συχνότητα

$$\boldsymbol{f_1 = \frac{\upsilon_{\eta\chi.} - \upsilon_1}{\upsilon_{\eta\chi.}} \cdot f_s = \frac{338}{340} f_s}$$

Μετά την κρούση ο Δέκτης Δ στο m1 απομακρύνεται από την πηγή S με ταχύτητα u_K και αντιλαμβάνεται συχνότητα

Έτσι $\boldsymbol{f_2 = \frac{\upsilon_{\eta\chi.} - \upsilon_K}{\upsilon_{\eta\chi.}} \cdot f_s = \frac{339}{340} f_s}$

$$\boldsymbol{\frac{f_1}{f_2} = \frac{338}{339}}$$

Γ2) Σε μια τυχαία θέση απομάκρυνσης x δεξιά από τη θέση ισορροπίας του συστήματος, που ταυτίζεται με τη θέση φυσικού μήκους του ελατηρίου, οι δυνάμεις που δέχεται το συσσωμάτωμα από τα ελατήρια είναι προς τα αριστερά ,άρα

$$\Sigma F = -F_1 - F_2 = -k_1 x - k_2 x = -(k_1 + k_2)x = 2kx = -Dx$$

Άρα το συσσωμάτωμα κάνει Α.Α.Τ. με σταθερά επαναφοράς D=2k=100N/m, και γωνιακή συχνότητα $\omega = \sqrt{\frac{D}{2m}} = \sqrt{\frac{100}{4}} = 5\, rad/s$.

Επειδή αυτό βρίσκεται στη Θ.Ι. θα είναι: $\upsilon_K = \upsilon_{\mu\varepsilon\gamma.\tau\alpha\lambda.} = \omega A \Longrightarrow \boldsymbol{A = \frac{1}{5} m = 0.2m}$

Γ3) Ο δέκτης καταγράφει ίδια συχνότητα με αυτή της ακίνητης πηγής, όταν δεν υπάρχει σχετική κίνηση ανάμεσα τους, δηλαδή όταν η ταχύτητα του ταλαντωτή μηδενισθεί για 1η φορά , δηλαδή τη χρονική στιγμή $t = \frac{T}{4} = \frac{\frac{2\pi}{\omega}}{4} = \frac{\frac{2\pi}{5}}{4} = \boldsymbol{0.1\pi}\, s$

Γ4) $\left|\frac{dp}{dt}\right|_{max.} = |\Sigma F_{max.}| = |DA| = 100 \cdot 0.2 = \boldsymbol{20N}$ ή $20 kg \cdot m/s^2$

ΘΕΜΑ Δ.

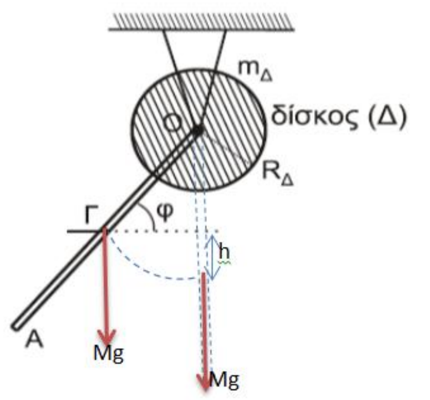
Δ1.

Η συνολική ροπή αδράνειας του συστήματος ως προς το O είναι το άθροισμα των ροπών αδράνειας του δίσκου ως προς το κέντρο μάζας του και της ράβδου ως προς το άκρο της, οπότε για τη ράβδο εφαρμόζουμε το θεώρημα Steiner:

$$\boldsymbol{I_O} = I_{\rho,O} + I_{\Delta,O} = \left[\frac{1}{12}Ml^2 + M\left(\frac{l}{2}\right)^2\right] + \frac{1}{2}m_\Delta R_\Delta^2$$

$$= \frac{1}{3}Ml^2 + \frac{1}{2}m_\Delta R_\Delta^2 =$$

$$= \frac{1}{3} \cdot 8 \cdot 3^2 + \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 = 24 + 1 = \boldsymbol{25\, kg \cdot m^2}$$



Δ2) Ο ρυθμός μεταβολής της στροφορμής του συστήματος δίσκου-ράβδου ως προς το O ισούται με τις ροπές των εξωτερικών δυνάμεων στο σύστημα. Εξωτερική ροπή στο σύστημα δημιουργεί μόνο το βάρος της ράβδου:

$$\left(\frac{dL}{dt}\right)_O = \Sigma\tau_{(O)} = Mg \cdot \frac{l}{2} \cdot \sigma\upsilon\nu\varphi = 8 \cdot 10 \cdot \frac{3}{2} \cdot 0{,}6$$

$$\boldsymbol{\left(\frac{dL}{dt}\right)_O = \quad 72\, kg \cdot m^2 \cdot s^{-2}}$$

Δ3) Θ.Μ.Κ.Ε. για τη σύστημα ράβδος – δίσκος από την αρχική θέση στην κατακόρυφη.

$$K_{\tau\varepsilon\lambda.} - 0 = W_{Mg} = Mgh =$$

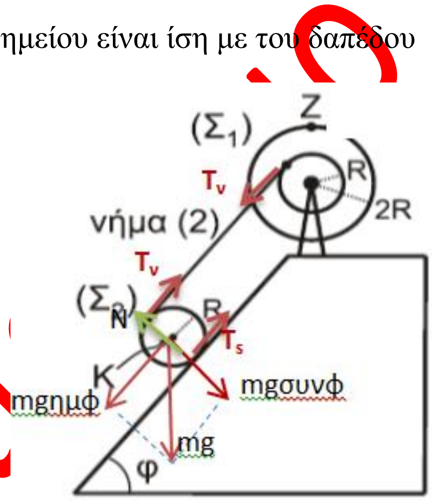
$$= Mg\left(\frac{l}{2} - \frac{l}{2} \cdot \eta\mu\varphi\right) = 8 \cdot 10 \cdot \frac{3}{2} \cdot (1 - 0{,}8)$$

$$\boldsymbol{K_{\tau\varepsilon\lambda.} = 24J}$$

Δ4) Για το σώμα Σ2 εφαρμόζουμε το θεμελιώδη νόμο της μηχανικής για τη μεταφορική και τη στροφική κίνησή του (κ.χ.ο.)

Επειδή εκτελεί κ.χ.ο η ταχύτητα του κατώτερου σημείου είναι ίση με του δαπέδου δηλαδή μηδέν και ισχύει

$$\boxed{a_{cm} = a_{\gamma} \cdot R}$$



Επίσης τα νήματα είναι αβαρή και μη εκτατά άρα οι τάσεις του νήματος στον κύλινδρο και στην τροχαλία είναι ίσες καθώς επίσης και όλα τα σημεία του νήματος έχουν ίδια ταχύτητα κάθε στιγμή. Οπότε ισχύει ότι:

η ταχύτητα του ανώτερου σημείου του τροχού ισούται κάθε στιγμή με την ταχύτητα στο σημείο που είναι τυλιγμένο το νήμα στην τροχαλία.

$u_{cm} + \omega_k \cdot R = 2u_{cm} = \omega_{\tau\rho} \cdot R$ και παραγωγίζοντας ως προς το χρόνο

$$a_{cm} + a_{\gamma} \cdot R = a'_{\gamma} \cdot R \Rightarrow 2a_{cm} = a'_{\gamma} \cdot R$$

Για την κίνηση του κυλίνδρου:

μεταφορά:

$$\Sigma F_x = m \cdot a_{cm} \Rightarrow$$

$$mg \cdot \eta\mu\varphi - T_s - T_v = m \cdot a_{cm} \Rightarrow \mathbf{240} - T_s - T_v = 30 \cdot a_{cm} \;\; (1)$$

Περιστροφή:

$$\Sigma\tau_{(cm)} = I_{cm} \cdot a_{\gamma} \Rightarrow T_s R - T_v R = \frac{1}{2} m R^2 \cdot \frac{a_{cm}}{R}$$

$$T_s - T_v = 15 \cdot a_{cm} \;\; (2)$$

Τροχαλία: περιστροφή:

$$\Sigma\tau_{(cm)} = I_{cm} \cdot a'_{\gamma} \Longrightarrow$$

$T_{\nu} \cdot 0.2 = 1.95 \cdot a'_{\gamma} \Longrightarrow T_{\nu} = \frac{19.5 \cdot a'_{\gamma}}{2}$ (3)

$$\upsilon_{cm} = \frac{\upsilon_{\nu\eta\mu.}}{2} = \frac{\upsilon_{\varepsilon\pi\iota\tau\rho.\tau\rho o\chi.}}{2} = \frac{\omega'_{\tau\rho.} \cdot R}{2}$$

$$a_{cm} = \frac{d\upsilon_{cm}}{dt} = \frac{R}{2} \cdot \frac{d\omega'_{\tau\rho.}}{dt} = \frac{R}{2} \cdot a'_{\gamma}$$

$a'_{\gamma} = \frac{2a_{cm}}{R} = 10 \cdot a_{cm}$ *(4)*

Από τις (3) και (4) έχουμε: $T_{\nu} = \frac{195a_{cm}}{2}$ *και προσθέτοντας κατά μέλη τις (1) και (2) έχουμε:*

$$\mathbf{240} - T_s - T_{\nu} + T_s - T_{\nu} = 30 \cdot a_{cm} + 15 \cdot a_{cm} \Longrightarrow 240 - 2 \cdot \frac{195a_{cm}}{2} = 45a_{cm} \Longrightarrow$$

$$\boldsymbol{a_{cm} = 1\ m/s^2}$$

Το κέντρο μάζας του κυλίνδρου μετατοπίζεται με a_{cm} εκτελώντας ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση:

$$\boldsymbol{s = \frac{1}{2}a_{cm}t^2 \Longrightarrow t = \sqrt{\frac{2s}{a_{cm}}} = 2s}$$

και $\boldsymbol{\upsilon_{cm} = a_{cm}t = 2m/s}$

Επαλήθευση :

Το νήμα που τυλίγεται ή ξετυλίγεται από μια περιφέρεια , εφόσον δεν υπάρχει ολίσθηση, ισούται με το τόξο που διανύουν τα σημεία της περιφέρειας που είναι προσαρμοσμένο το νήμα.

Καθώς η τροχαλία περιστρέφεται **ξετυλίγεται** νήμα:

$$\Delta S_{\tau\rho} = \Delta\vartheta \cdot R = \frac{1}{2}a'_{\gamma}t^2 \cdot R = \frac{1}{2}10t^2 0{,}2 = 1t^2 (SI)$$

Στον ίδιο χρόνο στον κύλινδρο **τυλίγεται** νήμα:

$$\Delta S_{k} = \Delta\vartheta \cdot R = \frac{1}{2}a_{\gamma}t^2 \cdot R = \frac{1}{2}5t^2 0{,}2 = 0{,}5t^2 (SI)$$

Και το κέντρο μάζας του **μετατοπίζεται** :

$$\Delta x_{cm} = \frac{1}{2} a'_{cm} t^2 \cdot R = \frac{1}{2} 1 t^2 = 0{,}5 t^2 (SI)$$

Όμως ισχύει ότι:

$\Delta x_{cm} = \Delta S_{\tau\rho} - \Delta S_k \Rightarrow 0{,}5t^2 = 1t^2 - 0{,}5t^2$,ισχύει.

Ή για t=2 s

$\Delta S_{\tau\rho} = 1 \cdot 2^2 = 4m$

$\Delta S_k = 0{,}5 \cdot 2^2 = 2m$ και

$\Delta x_k = 0{,}5 \cdot 2^2 = 2m$ οπότε και επαληθεύεται η σχέση $\Delta x_{cm} = \Delta S_{\tau\rho} - \Delta S_k$